

Comparison of SARIMA and SARIMAX for Long-Term Drought Prediction

Z. Arjmandi Harat¹, M.A. Asadi Zarch^{2*}

1. MSc of Watershed Management, Department of Natural Resources and Desert Studies, Yazd University, Yazd, Iran.
2. Assistant Professor, Department of Natural Resources and Desert Studies, Yazd University, Yazd, Iran.

* Corresponding Author: amin.asadi@yazd.ac.ir

Received date: 04/06/2022

Accepted date: 19/09/2022

 [10.22034/JDMAL.2022.555130.1387](https://doi.org/10.22034/JDMAL.2022.555130.1387)

Abstract

Long-term drought prediction is of considerable importance in water resources management. Time series models are appropriate tools to predict climatic events. In this study, the Reconnaissance Drought Index (RDI), which is based on precipitation and potential evapotranspiration, was applied to calculate droughts of Yazd synoptic station at time scales of one, three, and six months from 1961 to 2018. The period 2006-2018 was selected as the forecast period. Drought data of the forecast period were not considered to the applied models. Results showed that the pattern of drought data at 1, 3 and 6-month time scales in the Yazd synoptic station is seasonal. The SARIMA is a univariate time series model created by adding a seasonal component to the ARIMA model. The SARIMAX multivariate model is created by adding parameter covariate variable (exogenous variable) to SARIMA. In the present study, the efficiency of the seasonal univariate model (SARIMA) and seasonal multivariate model (SARIMAX) in predicting drought in arid regions were compared. To implement the SARIMAX model to predict droughts, precipitation and potential evapotranspiration were provided to the model as covariates, separately. The results of the coefficient of determination (R^2) between observed RDI and predicted RDI values by SARIMA showed that the model offers higher performance on 3 and 6-month time scales with 0.66 and 0.71, respectively. The results of the SARIMAX model showed that in one-month time scale, the SARIMAX model based on potential evapotranspiration with 0.60, and for 3-month time scale, the SARIMAX model based on precipitation with 0.79 performed better. In 6-month time scale, the performance of the model for the both covariates were almost the same with the coefficient of determination of 0.79. Comparison of the results of the two models showed that the performance of the SARIMAX model is higher than the SARIMA model for drought predicting in arid regions.

Keywords: Drought; Arid regions; Forecasting; Time series models; Precipitation; Potential evapotranspiration; Covariate variable





مقایسه عملکرد مدل‌های سری زمانی SARIMA و SARIMAX در پیش‌بینی بلندمدت خشکسالی

زهرا ارجمندی هرات^۱، محمد امین اسدی^{۲*}

۱. دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی آبخیزداری، دانشگاه یزد، یزد، ایران.

۲. استادیار، گروه مرتع و آبخیزداری، دانشکده منابع طبیعی و کویرشناسی، دانشگاه یزد، یزد، ایران.

* نویسنده مسئول: amin.asadi@yazd.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۳/۱۴ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۶/۲۸

doi [10.22034/JDMAL.2022.555130.1387](https://doi.org/10.22034/JDMAL.2022.555130.1387)

چکیده

پیش‌بینی بلندمدت خشکسالی اهمیت زیادی در مدیریت منابع آب دارد. مدل‌های سری زمانی ابزاری مناسب برای پیش‌بینی رویدادهای اقلیمی هستند. در پژوهش حاضر، از شاخص شناسایی خشکسالی (RDI) که بر اساس بارش و تبخیر و تعرق پتانسیل است، برای ارزیابی خشکسالی ایستگاه همدیدی (سینوپتیک) یزد در مقیاس‌های زمانی یک، سه و شش ماهه در دوره ۱۹۶۱ تا ۱۳۳۹ (معادل دی ۱۳۳۹) تا دسامبر ۲۰۱۸ (معادل آذر ۱۳۹۷)، مورد استفاده قرار گرفت. دوره ۲۰۰۶ تا دسامبر ۲۰۱۸ معادل دی ۱۳۸۴ تا آذر ۱۳۹۷ به عنوان دوره پیش‌بینی در نظر گرفته شد. داده‌های خشکسالی دوره پیش‌بینی در اختیار مدل مورد استفاده قرار نگرفت. ایستایی داده‌ها با استفاده از آزمون Augmented Dickey-Fuller (ADF) بررسی شد. نتایج نشان داد که سری‌های زمانی مذکور به طور معنی‌داری مانا هستند. نمودارهای خودهمبستگی (ACF) و خودهمبستگی جزئی (PACF) نشان داد الگوی داده‌های خشکسالی در مقیاس‌های ۱، ۳ و ۶ ماهه در ایستگاه سینوپتیک یزد به صورت فصلی می‌باشد. مدل SARIMA یک مدل پیش‌بینی تک‌متغیره در تحلیل سری‌های زمانی است که با افزودن مولفه فصلی به مدل ARIMA ایجاد شده است. مدل چند متغیره SARIMAX با افزوده شدن پارامتر کمکی یا متغیر برون‌زا به مدل تک‌متغیره SARIMA ایجاد می‌شود. در پژوهش حاضر، کارایی مدل تک‌متغیره فصلی SARIMA و مدل چندمتغیره فصلی SARIMAX در پیش‌بینی خشکسالی در مناطق خشک مورد مقایسه قرار گرفت. به منظور اجرای مدل SARIMAX، پارامترهای بارش و تبخیر و تعرق پتانسیل به صورت جداگانه به عنوان پارامتر کمکی برای پیش‌بینی خشکسالی در اختیار مدل قرار گرفت. بررسی ضریب تبیین (R^2) بین مقادیر RDI واقعی و پیش‌بینی شده با استفاده از مدل SARIMA نشان داد، مدل در مقیاس‌های سه ماهه و شش ماهه به ترتیب با ضریب ۰/۶۶ و ۰/۷۱ عملکرد بهتری دارد. نتیجه مدل SARIMAX نشان داد در مقیاس یک ماهه، مدل SARIMAX بر پایه پارامتر کمکی تبخیر و تعرق پتانسیل با ضریب تبیین ۰/۶۰ و در مقیاس سه ماهه، مدل SARIMAX بر اساس پارامتر کمکی بارش با ضریب تبیین ۰/۷۹ عملکرد بهتری دارد. در مقیاس ۶ ماهه، عملکرد مدل برای هر دو پارامتر کمکی با ضریب تبیین ۰/۷۹ تقریباً یکسان بود. در مجموع مقایسه نتایج دو مدل نشان داد عملکرد مدل SARIMAX از مدل SARIMA در پیش‌بینی خشکسالی در مناطق خشک بیشتر است.

واژگان کلیدی: خشکسالی؛ مناطق خشک؛ پیش‌بینی؛ مدل‌های سری‌زمانی؛ بارش؛ تبخیر و تعرق پتانسیل؛ پارامتر کمکی



■ مقدمه

خشکسالی یکی از مخاطره‌های طبیعی است که ناشی از کمبود بارش از مقدار نرمال است. خشکسالی برای یک فصل یا مدت زمان بیشتری ادامه می‌یابد، به‌گونه‌ای که مقدار بارندگی در این دوره برای تأمین تقاضای ناشی از فعالیت‌های انسانی و محیط‌زیست ناکافی است (۱۳). بنابراین خشکسالی در پی بارندگی کم آغاز می‌شود که از آن به‌عنوان خشکسالی هواشناسی یاد می‌شود (۱). خشکسالی کشاورزی مستقیماً با کمبود مقدار رطوبت خاک در ارتباط است، در حالی که خشکسالی هیدرولوژیکی با کمبود منابع رواناب توصیف می‌شود (۲۱). خشکسالی یک رویداد چرخه‌ای و پیچیده است و تأثیرهای قابل توجهی بر سامانه‌های کشاورزی و هیدرولوژیک و جوامع انسانی دارد. مقدار کم بارندگی و تنوع زیاد مکانی و زمانی آن، خشکسالی را اجتناب ناپذیر می‌کند. به‌همین دلیل خشکسالی یکی از اصلی‌ترین جنبه‌های آب و هوایی مناطق خشک و فراهشک ایران است (۱).

در سال‌های اخیر، خشکسالی و بحران‌ها و تهدیدهای ناشی از آن به یکی از مهمترین چالش‌های جهانی تبدیل شده‌اند (۱۵). علاوه بر این، تغییرات اقلیمی منجر به افزایش خشکی و خشکسالی به دلیل کاهش بارندگی و افزایش تبخیر و تعرق ناشی از افزایش دمای متوسط در بسیاری از مناطق شده‌اند (۱۱). ارزیابی عینی شرایط خشکسالی در یک منطقه خاص اولین قدم برای برنامه‌ریزی منابع آب به منظور جلوگیری و کاهش تأثیرات منفی وقایع آینده است (۱۳).

شاخص‌های خشکسالی برای توصیف، پایش و پیش‌بینی خشکسالی در مقیاس‌های زمانی مختلف ارائه شده‌اند (۲۳). تاکنون شاخص‌های متعددی مانند شاخص استاندارد بارش^۱، شاخص دهک‌ها، شاخص شدت خشکسالی پالمر^۲، شاخص بارش و تبخیر و تعرق استاندارد^۳، شاخص خشکسالی مؤثر^۴ و شاخص شناسایی خشکسالی^۵ برای ارزیابی خشکسالی هواشناسی پیشنهاد شده‌اند. هر شاخص خشکسالی نقاط ضعف و قوت خاص خود را در محاسبه شدت خشکسالی

دارد (۲۹). تعیین شاخص‌های خشکسالی برتر به صورت عینی بسیار دشوار است، اما می‌توان بر اساس منطق به کار رفته در ارائه شاخص‌ها در مورد عملکرد آنها قضاوت کرد. با توجه به وقوع پدیده گرمایش جهانی و تغییر اقلیم در چند دهه گذشته، شاخص‌هایی مانند SPI که فقط بر اساس بارش هستند، نمی‌توانند تغییرات تبخیر و تعرق ناشی از گرمایش جهانی و تغییر اقلیم را در پایش خشکسالی در نظر بگیرند. بنابراین در این بررسی، از شاخص RDI که بر اساس بارش و تبخیر و تعرق پتانسیل می‌باشد، استفاده شد.

کاهش خطرات احتمالی بخشی جدایی‌ناپذیر برای توسعه برنامه‌ریزی‌ها و سیاست‌ها در مدیریت مخاطرات است. آب یکی از منابعی است که قابلیت مدیریت آن نسبت به سایر منابع طبیعی بیشتر است. زیرا قابلیت انحراف، ذخیره و بازیافت آن وجود دارد. بنابراین، برای بهبود برنامه ریزی و مدیریت منابع آب، فنآوری‌های کارآمدتری لازم است (۲۷). با توجه تأثیر قابل توجه خشکسالی بر منابع آب، پیش‌بینی خشکسالی نقش مهمی در مدیریت منابع آب دارد. از آنجا که ظهور خشکسالی در هر منطقه با هر اقلیمی در آینده محتمل است، نهادهای مسئول در مدیریت منابع آب اقداماتی را برای کاهش ریسک ناشی از وقوع خشکسالی انجام می‌دهند (۱۱). پیش‌بینی خشکسالی همچنین مؤلفه اصلی برنامه آمادگی و کاهش خسارات خشکسالی است (۱۳).

پیش‌بینی خشکسالی با زمان طولانی برای سامانه‌های هشدار زود هنگام و برنامه‌ریزی برای مدیریت خطر خشکسالی ضروری است (۱۲). شروع و پیشرفت تدریجی خشکسالی به مدل‌سازان برای پیش‌بینی خشکسالی قبل از وقوع کمک می‌کند. مدل‌های پیش‌بینی مانند مدل‌های تجربی یا داده محور نقش اساسی در پیش‌بینی خشکسالی دارند. با این حال، انتخاب مدل پیش‌بینی کننده مناسب به دلیل کمبود اطلاعات مختصر و مفید در مورد عملکرد مدل‌ها، همچنان یک چالش است (۳). مدل‌های پیش‌بینی متعددی مانند تجزیه و تحلیل رگرسیون، تصادفی، احتمالی، مبتنی بر هوش مصنوعی، مدل‌های هیبرید و

⁴ EDI: Effective Drought Index

⁵ RDI: Reconnaissance Drought Index

¹ SPI: Standardized Precipitation Index

² PDSI: Palmer Drought Severity Index

³ SPEI: Standardized Precipitation Evapotranspiration Index

نظر می‌گیرد. در این مطالعه بارش و تبخیر و تعرق پتانسیل به عنوان متغیرهای کمکی در نظر گرفته شدند.

در بررسی‌های پایش خشکسالی معمولاً از مقیاس سالانه برای بررسی تغییرات الگوهای زمانی و مکانی خشکسالی در منطقه مورد مطالعه استفاده می‌شود. در مورد پایش‌بینی خشکسالی خصوصاً در زمان استفاده از مدل‌های سری زمانی، به‌طور معمول از سری‌های زمانی ماهانه استفاده می‌شود. در مقیاس سالانه تعداد داده‌ها فقط به اندازه تعداد سال‌های دوره آماری است. بنابراین امکان آموزش صحیح مدل به دلیل تعداد کم داده‌ها ممکن است وجود نداشته باشد. داده‌های ماهانه علاوه بر مقیاس اصلی (یک ماهه)، معمولاً به صورت میانگین متحرک ۳، ۶، ۹، ۱۲، ۱۸ و ۲۴ ماهه نیز در مطالعات خشکسالی قابل استفاده هستند. به دلیل پراکنش نامنظم زمانی بارش در مناطق خشک و فراخشک، مقادیر RDI در مقیاس یک ماهه نوسان بالایی دارد. بنابراین کارایی مدل‌ها در این مقیاس ممکن است نسبتاً پایین باشد. در مقیاس‌های بالاتر مانند ۱۲ ماهه نیز چون از میانگین متحرک (۱۲ ماهه) استفاده می‌شود، هموارسازی داده‌ها باعث می‌شود نوسانات به مقدار قابل توجهی کاهش یابد. بنابراین ممکن است نتوان در این شرایط به درستی در مورد کارایی مدل‌ها قضاوت کرد. بنابراین در این مطالعه علاوه بر مقیاس ۱ ماهه، مقیاس‌های ۳ و ۶ ماهه نیز انتخاب شدند تا بتوان با اطمینان بیشتری در مورد کارایی مدل‌ها بحث کرد.

در پایش‌بینی کوتاه مدت، مدل تنها برای یک گام زمانی پایش‌بینی^۳ را انجام می‌دهد. بنابراین در این حالت مدل به داده‌های واقعی متغیر در دوره پایش‌بینی دسترسی دارد. بدین معنی که مدل برای پایش‌بینی مقدار متغیر مورد پایش‌بینی در گام زمانی اول دوره پایش‌بینی، مقدار واقعی متغیر در این گام زمانی را در اختیار ندارد. اما برای پایش‌بینی مقدار متغیر مورد پایش‌بینی در گام زمانی دوم دوره پایش‌بینی، مقدار واقعی متغیر در گام زمانی اول در اختیار مدل قرار می‌گیرد و بدین ترتیب پایش‌بینی تا آخرین گام زمانی دوره پایش‌بینی انجام می‌گیرد. پایش‌بینی بلند مدت برای پایش‌بینی تعداد گام زمانی^۴ دلخواه مورد

مدل‌سازی پویا وجود دارد (۱۷). مدل‌های مورد استفاده برای پایش‌بینی خشکسالی را می‌توان از مدل‌های با رویکرد ساده تا مدل‌های پیچیده‌تر در نظر گرفت (۱۳). در طول دهه گذشته، چندین روش پایش‌بینی تحول قابل توجهی را در زمینه هواشناسی تجربه کرده‌اند (۹).

استفاده از مدل‌های سری زمانی برای پایش‌بینی در علوم هیدرولوژی و هواشناسی از کاربرد گسترده‌ای برخوردار است (۱). مدل‌های سری زمانی دارای مزایای متعددی نسبت به مدل‌های پایش‌بینی دیگر هستند. توانایی پایش‌بینی آنها دارای اطلاعات بیشتری در مورد تنوع زمانی داده‌ها مانند تغییرات مربوط به زمان است (۲۶). بسیاری از سری‌های زمانی اقلیمی و هیدرولوژیک مانند بارندگی که دارای ویژگی‌های چرخه‌ای و همبستگی پیوسته بین داده‌ها است، فقط با استفاده از مدل‌های سری زمانی مانند میانگین متحرک تجمعی خودبازگشت^۱ می‌توانند به طور مؤثر مدل شوند (۱۰). از جمله ویژگی‌های دیگر این مدل‌ها، یک الگوریتم منظم جستجو شامل تشخیص الگو، تخمین پارامترها و بررسی درستی الگو است که برای انتخاب یک مدل مناسب ارائه می‌دهند (۱۸). یک مطالعه مقایسه قابلیت پایش‌بینی ARIMA با سایر روش‌های پایش‌بینی خشکسالی نشان داد که مدل ARIMA در مقایسه با سایر مدل‌ها یک مزیت آشکار در پایش‌بینی خشکسالی دارد. این مدل‌ها اجازه می‌دهند مؤلفه فصلی نیز ارزیابی شود که به آنها SARIMA اطلاق می‌شود (۳۰). از طرف دیگر در حالی که مدل‌های تک‌متغیره ARIMA و SARIMA در بسیاری از مطالعات عملکرد مناسبی داشته‌اند، تحقیقات نشان می‌دهد مدل‌های چند متغیره ARIMAX و SARIMAX که شامل متغیرهای کمکی^۲ می‌باشد، می‌تواند به طور بالقوه عملکرد پایش‌بینی مدل را بهبود بخشد (۱۴). مدل SARIMA پایش‌بینی را فقط بر اساس داده‌های سری زمانی گذشته متغیر هدف یا متغیر مورد پایش‌بینی (در این مطالعه خشکسالی) انجام می‌دهد. اما مدل SARIMAX برای پایش‌بینی علاوه بر داده‌های گذشته متغیر هدف، داده‌های گذشته پارامترهای دیگر که بر متغیر هدف تأثیرگذار هستند (متغیر کمکی) را نیز در

³ One step-ahead prediction

⁴ Multistep-ahead prediction

¹ ARIMA: AutoRegressive Integrated Moving Average

² Covariates

■ مواد و روش

منطقه مورد بررسی و داده‌ها

پژوهش حاضر با استفاده از آمار و اطلاعات ایستگاه هواشناسی سینوپتیک یزد، مستقر در شهرستان یزد انجام گرفته شد. استان یزد با مساحت حدود ۱۳۱۵۷۵ کیلومتر مربع در قسمت مرکزی فلات ایران قرار دارد. شهرستان یزد در ارتفاع حدود ۱۲۰۰ متر از سطح دریا قرار دارد. طول دوره آماری پژوهش حاضر از ژانویه ۱۹۶۱ معادل دی ماه ۱۳۳۹ تا دسامبر ۲۰۱۸ معادل آذر ماه ۱۳۹۷، انتخاب شد. لازم به ذکر است اختلاف ماه‌های میلادی و شمسی حداکثر ۱۱ روز می‌باشد. داده‌های مورد استفاده شامل بارش، دمای حداقل و حداکثر، سرعت باد، ساعات آفتابی و رطوبت نسبی می‌باشد. از بین پارامترهای ذکر شده، فقط داده‌های ساعات آفتابی نقص قابل توجه داشت که با استفاده از برقرای روابط رگرسیونی بین دمای متوسط و ساعات آفتابی در ماه‌های بدون نقص و اعمال آن برای ماه‌های با نقص آماری، بازسازی داده‌های ناقص ساعات آفتابی انجام گرفت. داده‌های مذکور به صورت ماهانه برای محاسبه تبخیر و تعرق پتانسیل و شاخص RDI به کار گرفته شد. در پایان خروجی ماهانه شاخص RDI به عنوان ورودی مدل‌های آماری سری زمانی در نظر گرفته شده است.

محاسبه شاخص RDI

شاخص RDI برای پایش خشکسالی داده‌های بارش و تبخیر و تعرق پتانسیل را در نظر می‌گیرد. به منظور برآورد مقدار تبخیر و تعرق پتانسیل از روش فائو-پنمن-مانتیث (۵) استفاده شد. برای این منظور، تبخیر و تعرق پتانسیل ماهانه ایستگاه سینوپتیک یزد با استفاده از داده‌های دمای حداقل و حداکثر، سرعت باد، ساعات آفتابی و رطوبت نسبی برای دوره مطالعه محاسبه شد.

از امتیازهای مهم RDI این است که برای سری‌های زمانی مختلف قابل محاسبه است. در پژوهش حاضر شاخص RDI یک ماهه برای ایستگاه یزد در دوره مطالعه محاسبه شد و سپس سری زمانی ۳ و ۶ ماهه بر اساس میانگین متحرک محاسبه گردید. برای محاسبه شاخص

استفاده قرار می‌گیرد. بنابراین در این حالت پیش‌بینی برای تمام گام‌های زمانی دوره پیش‌بینی بدون دسترسی مدل به مقادیر واقعی متغیر مورد پیش‌بینی در این گام‌های زمانی انجام می‌گیرد (۴). در این مطالعه پیش‌بینی مقادیر RDI به صورت بلند مدت انجام گرفت.

پیش‌بینی پدیده‌های خشک آینده در یک منطقه برای یافتن راه‌حل‌های پایدار برای مدیریت آب و ارزیابی خطر وقوع خشکسالی بسیار مهم است (۷). پیش‌بینی سری‌های زمانی هیدرولوژیکی یکی از مهمترین کاربردها را در هیدرولوژی مدرن دارد (۱۹). بنابراین مدل‌های سری زمانی به‌طور وسیعی در این زمینه کاربرد دارد. همانگونه که ذکر شد، مدل ARIMA یک نوع از مدل‌های پیش‌بینی در تحلیل سری‌های زمانی است که با افزودن مؤلفه فصلی (SARIMA) کارایی مؤثری در شبیه‌سازی رویدادهای فصلی را ارائه می‌کند. تاکنون مطالعاتی در جهان و ایران برای پیش‌بینی خشکسالی با استفاده از مدل SARIMA انجام شده است. مدل‌های ARIMA و SARIMA برای پیش‌بینی خشکسالی در منطقه‌ای از چین مورد استفاده قرار گرفتند (۲۰). در مطالعه دیگری مدل‌های ARIMA، SARIMA و شبکه عصبی برای پیش‌بینی خشکسالی در شمال الجزایر مورد استفاده قرار گرفتند (۱۳). برای پیش‌بینی خشکسالی در ناحیه مرکزی استان همدان از سری زمانی SARIMA و شاخص SPI استفاده شد (۲۵). در بررسی قابلیت مدل‌های SARIMA برای پیش‌بینی خشکسالی در استان اصفهان از شاخص SPI استفاده شد (۱۸). در پژوهشی با هدف پیش‌بینی خشکسالی هواشناسی، کاربرد مدل آماری سری زمانی SARIMA در نمونه‌های اقلیمی مختلف ایران مورد ارزیابی قرار گرفت. در این مطالعه نیز برای محاسبه خشکسالی از شاخص SPI استفاده شد (۲۲). هدف پژوهش حاضر بررسی تأثیر استفاده از پارامتر کمکی بر روی عملکرد مدل‌های سری زمانی فصلی در پیش‌بینی خشکسالی در مناطق خشک بر پایه مقایسه نتایج مدل‌های سری زمانی فصلی تک‌متغیره SARIMA و چندمتغیره SARIMAX می‌باشد که مشابه آن در مرور منابع یافت نشد.

$$\rho_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} (Z_i - \bar{Z})(Z_{i+k} - \bar{Z})}{\sum_{i=1}^{n-k} (Z_i - \bar{Z})^2} \quad -1 \leq \rho_k \leq 1 \quad (2)$$

ρ_k : مقدار تابع خودهمبستگی سری زمانی با تأخیر k Z_i و Z_{i+1} : مقادیر متغیرها یا داده‌های سری زمانی در مرحله زمانی i و مرحله با تأخیر زمانی k : مقدار میانگین مربوط به متغیرها روش دیگر برای نشان دادن وابستگی زمانی در ساختار یک سری زمانی، تعریف تابع خودهمبستگی جزئی سری زمانی می‌باشد. اگر ϕ_k : رابطه تابع خودهمبستگی جزئی (PACF) سری زمانی با تأخیر k باشد، رابطه تابع خودهمبستگی جزئی به صورت رابطه ۳ محاسبه شد (۲۵):

$$\phi_k = \frac{\rho_k - \sum_{i=1}^{k-1} \phi_i(k-i)\rho_{k-i}}{1 - \sum_{i=1}^{k-1} \phi_i(k-i)\rho_i} \quad (3)$$

مدل‌های SARIMA و SARIMAX

مدل‌های سری زمانی کاربردهای گسترده‌ای در شبیه‌سازی و پیش‌بینی رویدادهایی که در طول زمان شکل گرفتند، دارند. هرگاه در یک سری بعد از هر فاصله زمانی مشخص شباهت‌هایی پیدا شود، سری دارای رفتار فصلی یا تناوبی با دوره تناوب s می‌شود. اگر سری داده‌ها دارای حالت چرخه‌ای و تناوبی باشند، الگوی میانگین متحرک یکپارچه خودهمبسته فصلی SARIMA مناسب می‌باشد. مدل تک‌متغیره SARIMA در واقع معیار فصلی را به ARIMA اضافه کرد. در پژوهش حاضر، مدل مذکور به صورت $(P, D, Q)_s (p, d, q)$ SARIMA محاسبه شد که در آن p : درجه خودهمبستگی غیرفصلی، d : درجه تفاضل‌گیری، q : درجه میانگین متحرک غیرفصلی (MA)، P : درجه خودهمبستگی فصلی، D : درجه تفاضل‌گیری فصلی، Q : درجه میانگین متحرک فصلی و s : طول دوره تناوب فصلی بودن در داده‌های مورد مطالعه در نظر گرفته شدند. بنابراین، مدل SARIMA دارای ۲ جزء می‌باشد که به (p, d, q) ساختار اصلی و به $(P, D, Q)_s$ ساختار فصلی گفته می‌شود که به صورت روابط ۴ تا ۱۰ تعریف شدند (۲):

$$\Phi_P(B^s) = (1 - \Phi_1 B^{s \times 1} - \dots - \Phi_P B^{s \times P}) \quad (4)$$

$$\phi_P(B) = (1 - \phi_1 B^1 - \dots - \phi_P B^P) \quad (5)$$

RDI از برازش توزیع گاما استفاده شد. روابط مربوطه برای رعایت اختصار ذکر نگردیده است (مراجعه شود به ۵).

آزمون ایستایی

یکی از مسائل مهم در مدلسازی سری‌های زمانی هیدرولوژیک، بررسی ایستایی سری زمانی است (۲۴) و از آزمون ADF برای بررسی ریشه واحد از یک نمونه سری زمانی استفاده شد. سری زمانی را ایستا گویند اگر ویژگی‌های آماری آن مانند میانگین و واریانس در طول زمان ثابت باشد. آماره این آزمون عددی منفی است و هر چه این آماره منفی تر شود، احتمال رد فرضیه وجود یک ریشه واحد در سطح اطمینان مختلف قویتر می‌باشد. آزمون ریشه واحد از طریق برازش مدل‌های رگرسیونی با روش تخمین حداقل مربعات با وجود روند خطی به صورت زیر محاسبه شد. مدل خود همبسته رگرسیونی با تأخیر یک برای آزمون ریشه واحد، بر اساس رابطه ۱ تعریف گردید (۶).

$$x_t = \rho x_{t-1} + \varepsilon_t, t = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

که در آن x_t : متغیر مورد نظر در زمان t , N : طول سری زمانی، ε_t : متغیر تصادفی مستقل با میانگین صفر و واریانس σ_ε^2 می‌باشد. با توجه به مقدار ρ می‌توان در مورد ایستایی سری زمانی تصمیم گرفت. اگر $\rho=1$ و ریشه واحد رابطه ۱ برابر ۱ باشد، سری زمانی غیرایستا و آن به عنوان یک فرآیند گام تصادفی می‌باشد. در مقابل، چنانچه $|\rho| < 1$ و ریشه واحد معادله ۱ کوچکتر از ۱ باشد، سری زمانی ایستا است (۱۶). با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی مقدار ρ محاسبه شد (۲۴). از آماره آزمون t برای آزمودن فرض صفر یا غیرایستا بودن سری زمانی برای پارامتر ρ استفاده می‌شود (۱۶).

توابع خودهمبستگی (ACF) و خودهمبستگی جزئی (PACF)

وابستگی زمانی در ساختار یک سری زمانی را تابع خودهمبستگی می‌گویند. رابطه تابع خودهمبستگی (ACF) با تأخیر k به صورت رابطه ۲ محاسبه شد (۲۵):

نتایج و بحث

بررسی ایستایی داده‌ها

در پژوهش حاضر، برای بررسی ایستایی از آزمون ADF استفاده شد. برای این منظور ایستایی داده‌های خشکسالی ایستگاه یزد در مقیاس‌های ۱، ۳ و ۶ ماهه مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که سری‌های زمانی مذکور به طور معنی‌داری مانا هستند.

خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی در مقادیر خشکسالی

مدل‌های ARIMA مدل‌های غیرفصلی‌اند و ترکیبی از عملگرهای خودهمبسته با مرتبه p و میانگین لغزان با مرتبه q می‌باشد. با رسم نمودارهای خودهمبستگی^۲ و خودهمبستگی جزئی^۳ داده‌های خشکسالی ایستگاه یزد در دوره ژانویه ۱۹۶۱ معادل دی ماه ۱۳۳۹ تا دسامبر ۲۰۰۵ معادل آذر ماه ۱۳۸۴ مشخص شد روند داده‌های خشکسالی در مقیاس‌های ۱، ۳ و ۶ ماهه در ایستگاه سینوپتیک یزد به صورت فصلی می‌باشد. هرگاه در یک سری بعد از هر فاصله زمانی مشخص شباهت‌هایی پیدا شود، سری دارای رفتار فصلی یا تناوبی با دوره تناوب s می‌شود. نمودارهای خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی برای داده‌های خشکسالی یک ماهه ایستگاه یزد در شکل ۱ نشان داده شده است. بنابراین برای پیش‌بینی خشکسالی در ایستگاه یزد از مدل SARIMA استفاده شد. مدل SARIMA امکان پیش‌بینی سری‌هایی دارای مؤلفه‌های فصلی را دارد (۸). در پژوهش حاضر با توجه به رفتار فصلی داده‌های خشکسالی، از مدل‌های SARIMA استفاده شد.

پیش‌بینی RDI با استفاده از مدل SARIMA

مقادیر RDI واقعی و RDI پیش‌بینی شده با استفاده از مدل سری زمانی SARIMA در مقیاس زمانی یک ماهه، برای دوره پیش‌بینی با هم مقایسه شدند (شکل ۲). بر اساس نتایج، مدل با ساختار $SARIMA(3,0,2)(3,0,3)_{12}$ بهترین نتیجه را ارائه کرد. همانگونه که شکل نشان می‌دهد، مدل مقادیر RDI در ماه‌های مرطوب را نسبتاً بهتر

$$\nabla_s^D = (1 - B^s)^D \quad (۶)$$

$$\nabla^d = (1 - B)^d \quad (۷)$$

$$\theta_Q(B^s) = (1 - \theta_1 B^{s \times 1} - \dots - \theta_Q B^{s \times Q}) \quad (۸)$$

$$\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B^1 - \dots - \theta_q B^q) \quad (۹)$$

$$\Phi_P(B^s)\theta_P(B)\nabla_s^D\nabla^d y_t = \theta_q(B)\theta_Q(B^s)\varepsilon_t \quad (۱۰)$$

که در این روابط y_t : مقادیر سری زمانی، ε_t : خطای نویز سفید، پارامترهای $B, \Phi, \theta, \nabla_s^D$ و ∇^d و θ به ترتیب نشانگر عملگرهای پسرو ($B y_t = y_{t-1}$)، اتورگرسیو فصلی، اتورگرسیو غیرفصلی، تفاضل‌گیری فصلی و تفاضل‌گیری غیرفصلی، میانگین متحرک فصلی و میانگین متحرک غیرفصلی در نظر گرفته شدند (۲).

$$y_t = \Phi_P(B^s)\theta_P(B)\nabla_s^D\nabla^d y_t + \theta_q(B)\theta_Q(B^s)\varepsilon_t \quad (۱۱)$$

مدل چندمتغیره SARIMAX^۱ با افزوده شدن پارامتر کمکی یا متغیر برون‌زا به مدل تک‌متغیره SARIMA ایجاد شد. مدل به صورت $SARIMAX(p,d,q)(P,D,Q)_s$ بود که X سری زمانی از متغیرهای برون‌زا انتخاب شد و معادله پایانی آن به صورت رابطه ۱۲ تعریف شد (۲۸):

$$y_t = \Phi_P(B^s)\theta_P(B)\nabla_s^D\nabla^d y_t + \theta_q(B)\theta_Q(B^s)\varepsilon_t + \beta x_t \quad (۱۲)$$

که x_t : مقدار متغیر برون‌زا برای گام زمانی t و β ضرایب رگرسیونی متغیر برون‌زا بودند.

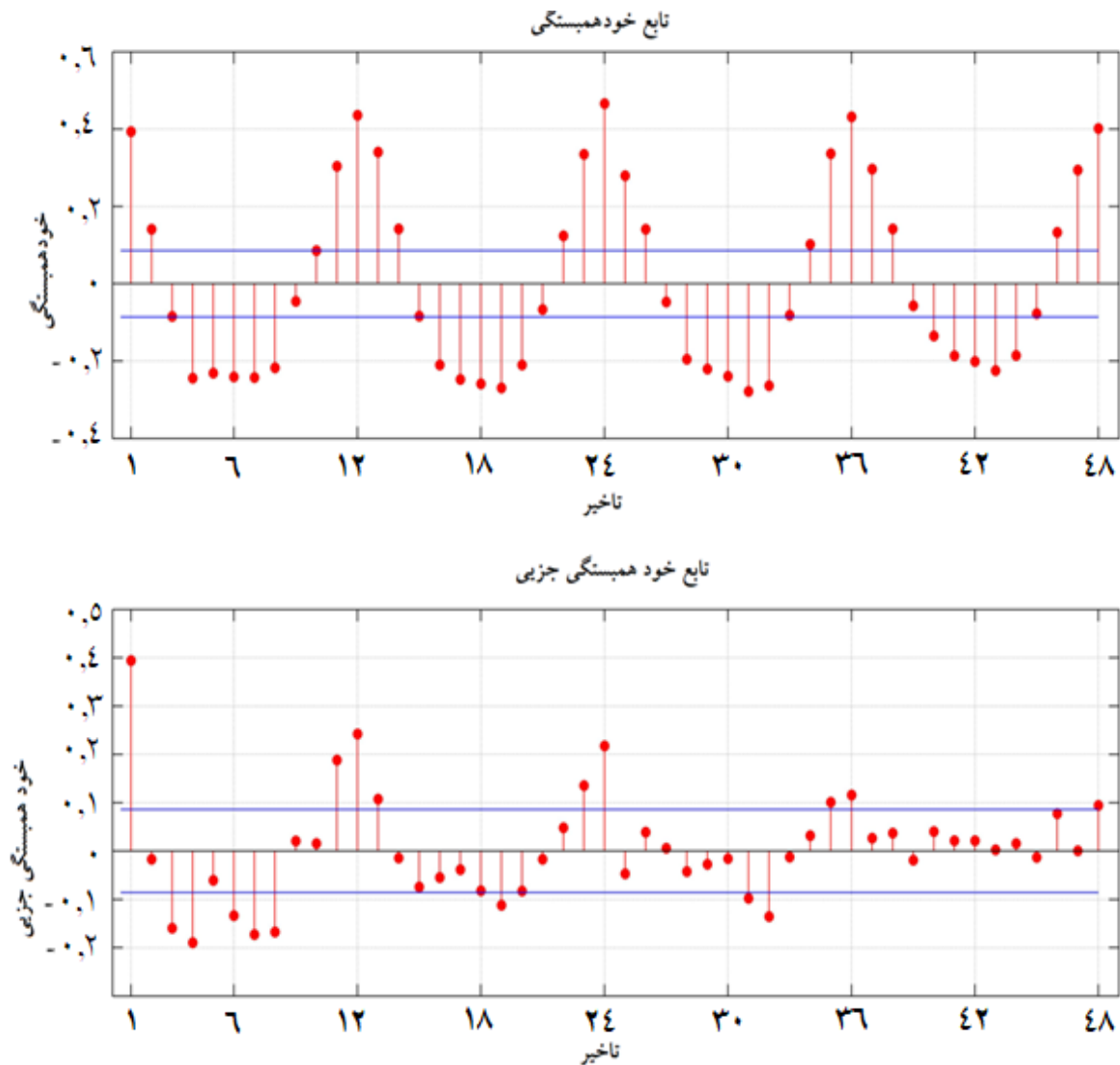
در پژوهش حاضر، میزان تطابق پیش‌بینی‌های مدل‌های SARIMA و SARIMAX با ساختارهای مختلف $SARIMAX(p,d,q)(P,D,Q)_s$ با مقادیر واقعی RDI در دوره پیش‌بینی یا ژانویه ۲۰۰۶ تا دسامبر ۲۰۱۸ معادل دی ۱۳۸۴ تا آذر ۱۳۹۷ با بهره‌گیری از ضریب تعیین (R^2) مورد بررسی قرار گرفت و ترکیب منتخب برای هر یک از مقیاس‌های زمانی یک، سه و شش ماهه مشخص شد.

^۲ ACF: AutoCorrelation Function

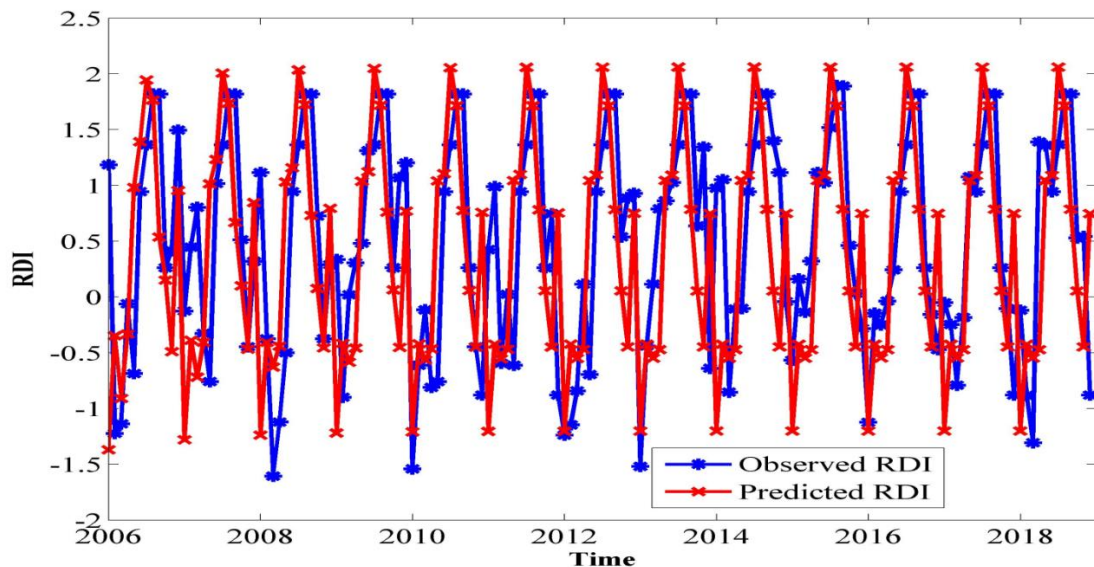
^۳ PACF: Partial AutoCorrelation Function

^۱ Seasonal auto-regressive integrated moving average with exogenous covariates

از ماه‌های خشک پیش‌بینی کرده است. نتایج نشان می‌دهد مناسبی پیش‌بینی شده‌اند. اما خشکسالی‌های شدید به خشکسالی‌های متوسط توسط مدل با دقت نسبتاً بهتری خوبی پیش‌بینی نشده‌اند.



شکل ۱. خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی خشکسالی یک ماهه ایستگاه یزد در دوره مورد نظر

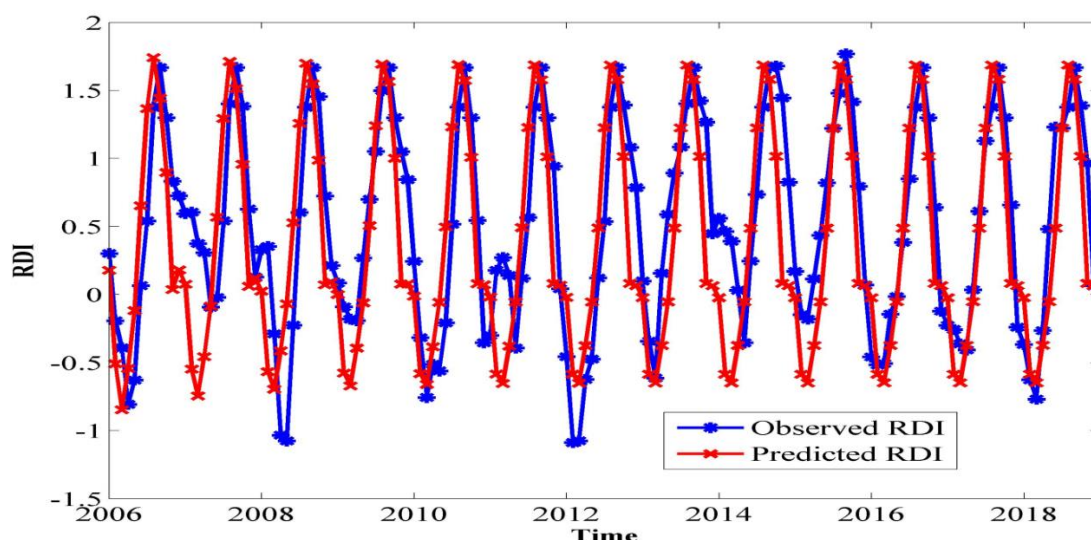


شکل ۲. RDI پیش‌بینی شده با استفاده از مدل سری زمانی SARIMA در مقیاس یک ماهه در طول دوره پیش‌بینی

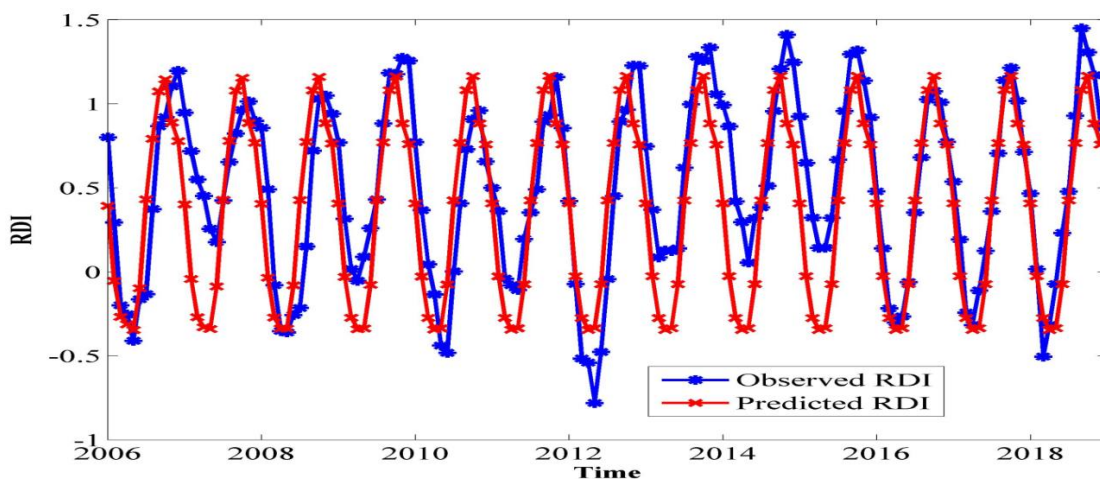
سه ماهه نیز ماه‌های مرطوب تا حدی بهتر از ماه‌های خشک پیش‌بینی شده‌اند.

در مقیاس شش ماهه، مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده RDI مقایسه شدند (شکل ۴). در مقیاس شش ماهه، مدل SARIMA با ساختار $SARIMA(2,0,1)(2,0,2)_{12}$ بالاترین دقت را ارائه کرد. همانگونه که شکل نشان می‌دهد، در مقیاس شش ماهه دقت مدل در برآورد ماه‌های خشک و مرطوب نسبتاً نزدیک است. برای تفسیر بهتر نتایج، ضریب تعیین (R^2) بین مقادیر RDI واقعی و پیش‌بینی شده با استفاده از مدل سری زمانی SARIMA در مقیاس‌های یک ماهه، سه ماهه و شش ماهه مقایسه شدند (جدول ۱). بر پایه یافته‌ها، بالاترین ضریب R^2 مربوط به مقیاس زمانی شش ماهه و کمترین مربوط به مقیاس یک ماهه می‌باشد.

مقادیر RDI پیش‌بینی شده با استفاده از مدل سری زمانی SARIMA در مقیاس زمانی سه ماهه در دوره پیش‌بینی با مقادیر واقعی مقایسه شد (شکل ۳). در مقیاس سه ماهه، مدل SARIMA با ساختار $SARIMA(3,0,3)(3,0,1)_{12}$ بالاترین دقت را ارائه کرد. بر اساس نتایج، کارایی مدل در مقیاس سه ماهه از مدل یک ماهه به طور قابل توجهی بالاتر است. مدل مقادیر RDI در ماه‌های مرطوب را تا حدی بهتر از ماه‌های خشک پیش‌بینی کرده است. نتایج نشان داد خشکسالی‌های متوسط توسط مدل با دقت نسبتاً مناسبی پیش‌بینی شده‌اند. اما خشکسالی‌های شدید با دقت کمتری پیش‌بینی شده‌اند. همانگونه که شکل نشان می‌دهد، در مقیاس زمانی سه ماهه تطابق نسبتاً مناسبی بین داده‌های RDI پیش‌بینی شده مدل SARIMA و RDI واقعی وجود دارد. البته همانگونه که ذکر شد در مقیاس



شکل ۳. RDI پیش‌بینی شده با استفاده از مدل سری زمانی SARIMA در مقیاس سه ماهه در طول دوره پیش‌بینی



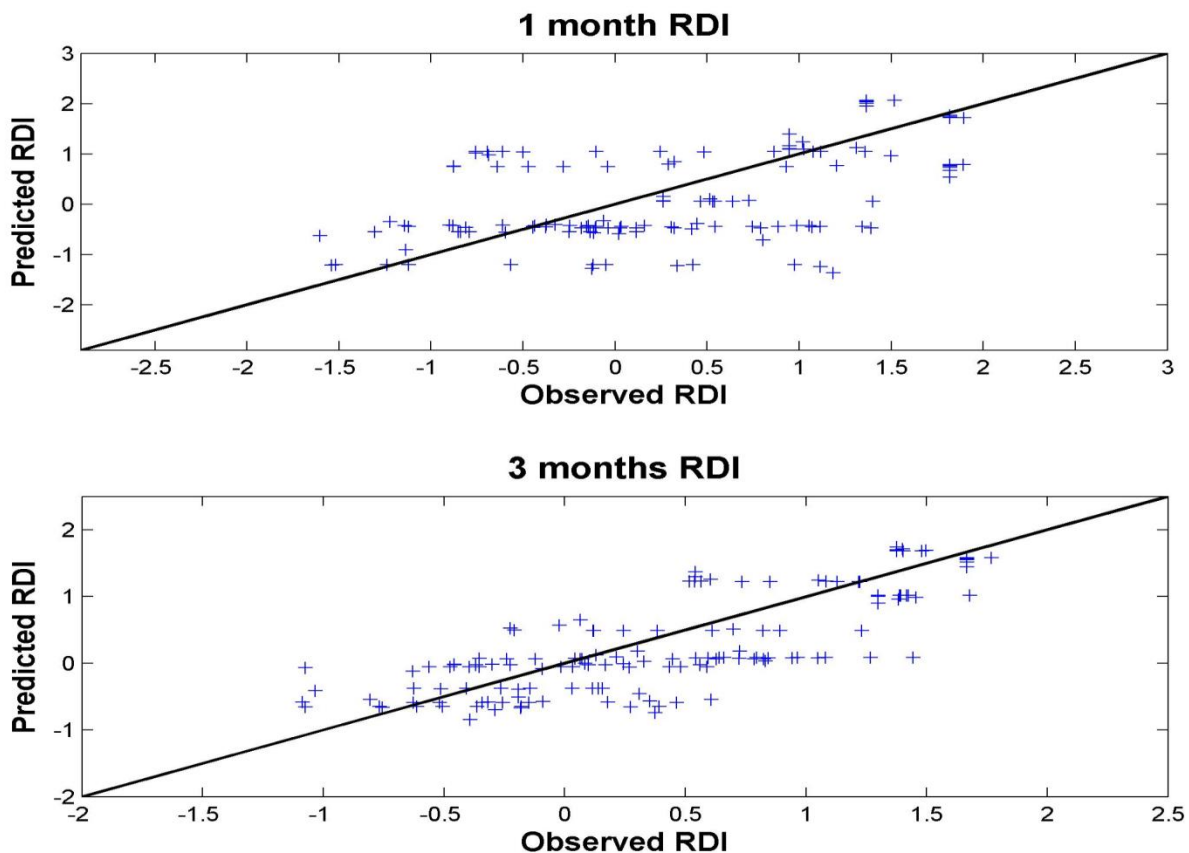
شکل ۴. RDI پیش‌بینی شده با استفاده از مدل سری زمانی SARIMA در مقیاس شش ماهه در طول دوره پیش‌بینی

جدول ۱. بهترین مدل برازش شده و ضریب تعیین (R^2) بین RDI پیش‌بینی شده با استفاده از مدل SARIMA و خشکسالی‌های واقعی در مقیاس‌های یک، سه و شش ماهه

مقیاس زمانی	مدل انتخاب شده	همبستگی (R^2)
RDI یک ماهه	$SARIMA(3,0,2)(3,0,3)_{12}$	۰/۳۵۷
RDI سه ماهه	$SARIMA(3,0,3)(3,0,1)_{12}$	۰/۶۶۰
RDI شش ماهه	$SARIMA(2,0,1)(2,0,2)_{12}$	۰/۷۱۲

اتفاق افتاده است. مقادیر واقعی RDI و مقادیر پیش‌بینی شده متناظر آنها توسط مدل SARIMA با سه رقم اعشار در مقیاس‌های زمانی یک، سه و شش ماهه با هم مقایسه شدند. نتایج نشان داد در سری زمانی ۱ ماهه، ۶۰٪ داده‌ها کوچک‌نمایی و ۴۰٪ داده‌ها بزرگ‌نمایی شدند. در مقیاس ۳ ماهه، ۵۹٪ مقادیر خشکسالی کوچک‌نمایی و ۴۱٪ بزرگ‌نمایی شدند. در سری زمانی ۶ ماهه نیز درصد کوچک‌نمایی به طور قابل توجهی از بزرگ‌نمایی بیشتر است. در این مقیاس، ۶۹٪ داده‌ها همراه با کوچک‌نمایی پیش‌بینی شدند. در حالی که ۳۱٪ داده‌ها بزرگ‌نمایی شدند.

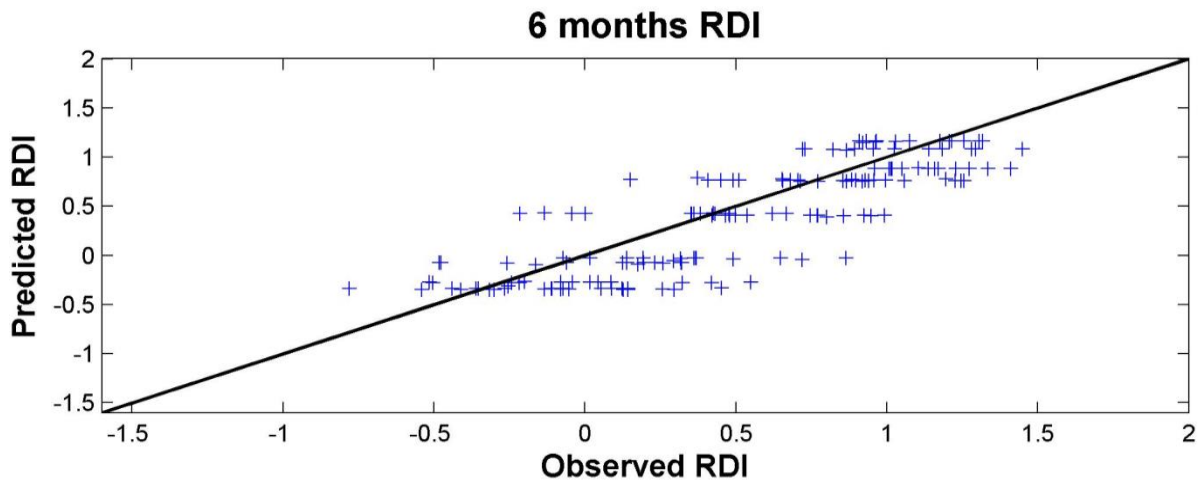
دقت مدل SARIMA در پیش‌بینی مقادیر خشکسالی را در مقیاس‌های زمانی یک، سه و شش ماهه بررسی شد (شکل ۵). در این شکل مقادیر واقعی RDI و مقادیر پیش‌بینی شده متناظر آنها توسط مدل SARIMA در دوره پیش‌بینی نمایش داده شد. هر چه نقاط از خط قطری نمودار دور شده و به سمت محور Y که مربوط به مقادیر RDI پیش‌بینی شده است، متمایل شوند، مقادیر پیش‌بینی نسبت به مقدار واقعی RDI با بزرگ‌نمایی^۱ بیشتری شبیه‌سازی شده‌اند. هر چه نقاط از خط قطری به سمت محور X (مقادیر واقعی RDI) منحرف شود، کوچک‌نمایی^۲



شکل ۵. مقایسه مقادیر RDI یک، سه و شش ماهه واقعی و شبیه‌سازی شده توسط مدل SARIMA در دوره پیش‌بینی

² Underestimation

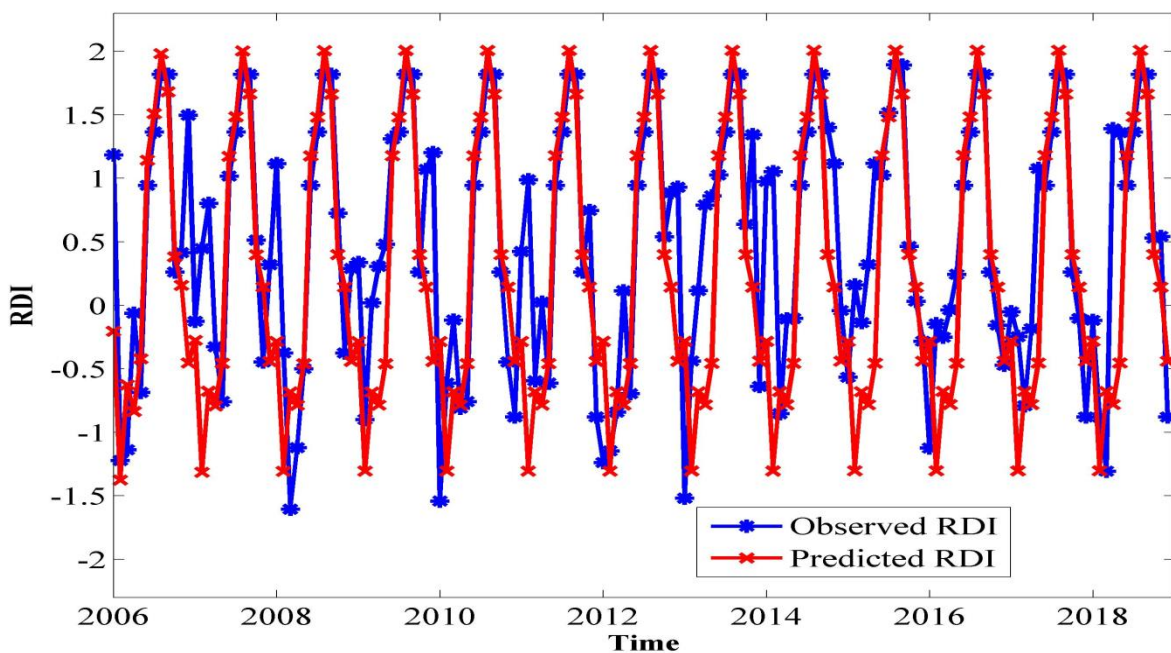
¹ Overestimation



ادامه شکل ۵. مقایسه مقادیر RDI یک، سه و شش ماهه واقعی و شبیه‌سازی شده توسط مدل SARIMA در دوره پیش‌بینی

از پارامتر تبخیر و تعرق پتانسیل کارآیی بیشتری را نسبت به مدل SARIMAX بر پایه بارش ارائه کرد. مقادیر پیش‌بینی شده RDI با استفاده از مدل SARIMAX بر اساس پارامتر تبخیر و تعرق پتانسیل در مقیاس یک ماهه در طول دوره پیش‌بینی با مقادیر واقعی RDI مقایسه شد (شکل ۶). همانگونه که شکل نشان می‌دهد، در اکثر موارد شدت خشکسالی در ماه‌های مرطوب نسبت به ماه‌های خشک با دقت بالاتری برآورد شده است.

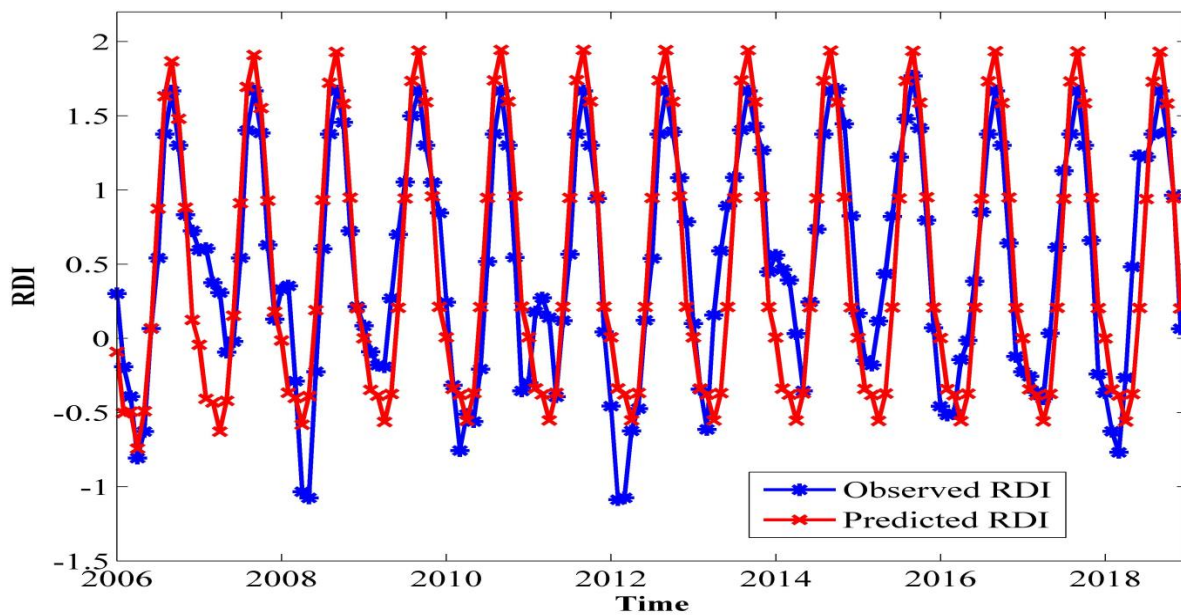
افزودن پارامتر کمکی به مدل SARIMA و ایجاد مدل SARIMAX علاوه بر مقادیر RDI، مقادیر بارش و تبخیر و تعرق پتانسیل برای مقیاس‌های زمانی ۱، ۳ و ۶ ماهه به صورت جداگانه به عنوان پارامتر کمکی برای پیش‌بینی خشکسالی در اختیار مدل سری زمانی SARIMAX قرار گرفت تا عملکرد مدل مورد ارزیابی قرارگیرد. ترکیب‌های برتر برای هر مقیاس زمانی در جدول ۲ نمایش داده شده است. در مقیاس یک ماهه، مدل SARIMAX ایجاد شده با استفاده



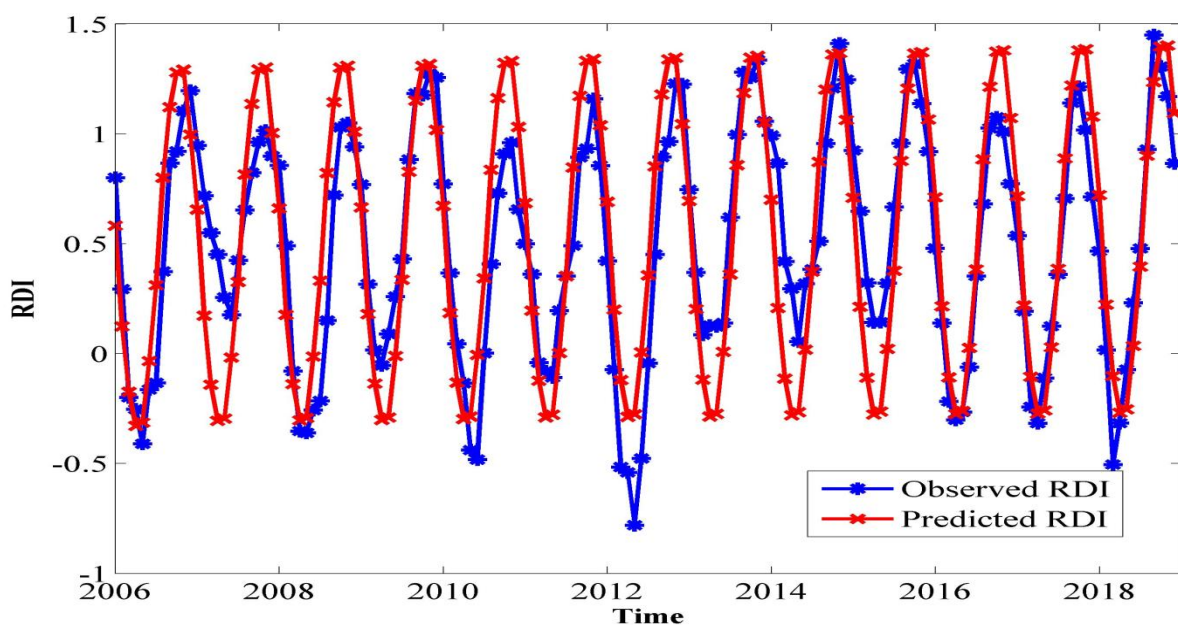
شکل ۶. RDI پیش‌بینی شده با استفاده از مدل سری زمانی SARIMAX با در نظر گرفتن PET به عنوان پارامتر کمکی در مقیاس یک ماهه در طول دوره پیش‌بینی

مناسب‌تری پیش‌بینی کرده است. در مقیاس شش ماهه نیز مدل SARIMAX بر اساس بارش کارآیی بالاتری را نسبت به مدل مشابه بر اساس تبخیر و تعرق پتانسیل نشان داد. خروجی مدل مذکور در دوره پیش‌بینی و مقادیر RDI واقعی (محاسبه شده) مقایسه شدند (شکل ۸). علیرغم تطابق نسبتاً مناسب مقادیر پیش‌بینی شده و مقادیر واقعی، برخی از ماه‌های خشک با دقت پایین‌تری پیش‌بینی شدند.

در مقیاس سه ماهه، مدل SARIMAX ایجادشده با بهره‌گیری از بارش دقت بیشتری را نسبت به مدل مشابه بر اساس تبخیر و تعرق پتانسیل نشان داد. مقادیر RDI پیش‌بینی شده با استفاده از مدل SARIMAX بر پایه بارش در مقیاس سه ماهه ارائه شده است (شکل ۷). همانگونه که شکل نشان می‌دهد، مدل مذکور مقادیر RDI را در ماه‌های مرطوب و اکثر ماه‌های خشک با دقت نسبتاً



شکل ۷. RDI پیش‌بینی شده با استفاده از مدل سری زمانی SARIMAX با در نظر گرفتن بارش به عنوان پارامتر کمکی در مقیاس سه ماهه در طول دوره پیش‌بینی



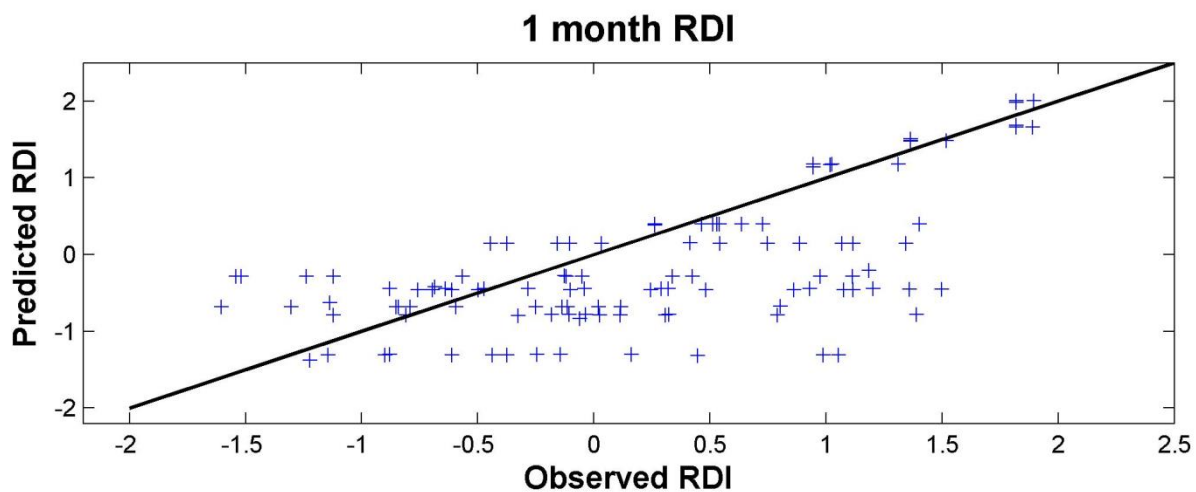
شکل ۸. RDI پیش‌بینی شده با استفاده از مدل سری زمانی SARIMAX با در نظر گرفتن بارش به عنوان پارامتر کمکی در مقیاس شش ماهه در طول دوره پیش‌بینی

را در مقیاس‌های زمانی یک، سه و شش‌ماهه مقایسه شد (شکل ۹). در مقیاس یک‌ماهه، خروجی‌های مدل SARIMAX بر اساس پارامتر کمکی تبخیر و تعرق پتانسیل نمایش داد شده است. در مقیاس‌های سه و شش‌ماهه، مدل SARIMAX بر پایه پارامتر کمکی بارش در نظر گرفته شده است. مقادیر واقعی RDI و مقادیر پیش‌بینی شده متناظر آنها توسط مدل SARIMAX با سه رقم اعشار در مقیاس‌های زمانی یک، سه و شش‌ماهه با هم مقایسه شدند. نتایج نشان داد اختلاف درصد بزرگ‌نمایی و کوچک‌نمایی در مدل‌های به کار رفته SARIMAX نسبت به مدل‌های SARIMA کمتر است. در سری زمانی ۱ ماهه، ۵۳٪ داده‌ها کوچک‌نمایی و ۴۷٪ داده‌ها بزرگ‌نمایی شدند. در مقیاس ۳ ماهه، پیش‌بینی ۵۷٪ مقادیر RDI همراه با بزرگ‌نمایی بود. در حالیکه ۴۳٪ مقادیر خشکسالی با کوچک‌نمایی پیش‌بینی شدند. در مقیاس ۶ ماهه، ۵۴٪ داده‌ها همراه با کوچک‌نمایی پیش‌بینی شدند. در حالیکه ۴۶٪ داده‌ها بزرگ‌نمایی شدند.

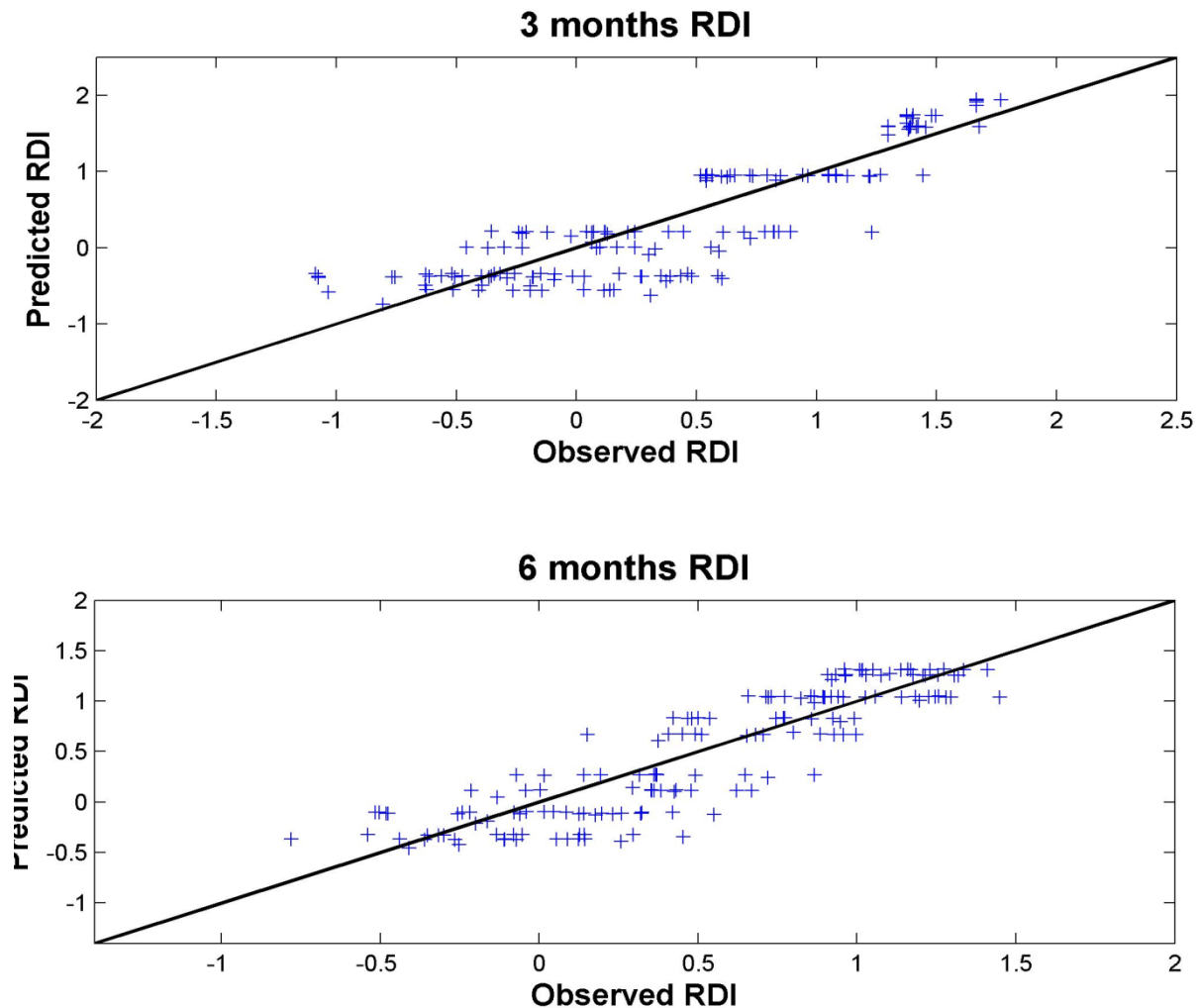
مقادیر R^2 بین RDI واقعی و پیش‌بینی شده با استفاده از مدل SARIMAX بر اساس هر یک از پارامترهای بارش و تبخیر و تعرق پتانسیل در مقیاس‌های یک، سه و شش‌ماهه بررسی شد (جدول ۲). بر اساس نتایج، در مقیاس یک‌ماهه، تبخیر و تعرق پتانسیل به عنوان پارامتر کمکی نقش مؤثرتری در بهبود کارایی مدل SARIMAX دارد. اما در مقیاس سه ماهه، نقش بارش مؤثرتر است. لازم به ذکر است در مقیاس سه ماهه، اختلاف کارایی مدل SARIMAX بر اساس بارش نسبت به مدل بر اساس تبخیر و تعرق پتانسیل کاملاً قابل توجه است. در مقیاس شش‌ماهه، عملکرد مدل با در نظر گرفتن بارش و تبخیر و تعرق پتانسیل به عنوان پارامتر کمکی تقریباً یکسان می‌باشد. همانگونه که جدول نشان می‌دهد، اختلاف بین عملکرد دو مدل مذکور بسیار اندک است. در مجموع، مدل SARIMAX بر اساس پارامتر کمکی بارش در مقیاس ۳ ماهه بیشترین کارایی را نشان می‌دهد. دقت مدل SARIMAX در پیش‌بینی مقادیر خشکسالی

جدول ۲. بهترین مدل برازش شده و ضریب تعیین (R^2) بین RDI پیش‌بینی شده با استفاده از مدل SARIMAX بر اساس بارش و تبخیر و تعرق پتانسیل و خشکسالی‌های واقعی در مقیاس‌های یک، سه و شش‌ماهه

مقیاس زمانی	مدل SARIMAX با متغیر کمکی بارش		مدل SARIMAX با متغیر کمکی PET	
	مدل برتر	R^2	مدل برتر	R^2
RDI یک ماهه	$SARIMA(3,1,3)(1,0,1)_{12}$	۰/۵۸۹	$SARIMA(3,0,2)(1,0,1)_{12}$	۰/۶۰۱
RDI سه ماهه	$SARIMA(1,0,3)(3,0,3)_{12}$	۰/۷۹۱	$SARIMA(3,0,2)(3,0,2)_{12}$	۰/۷۲۱
RDI شش ماهه	$SARIMA(1,0,3)(3,0,3)_{12}$	۰/۷۸۸	$SARIMA(1,0,3)(2,0,3)_{12}$	۰/۷۸۶



شکل ۹. مقایسه مقادیر RDI یک، سه و شش‌ماهه واقعی و شبیه‌سازی شده توسط مدل SARIMAX در دوره پیش‌بینی



ادامه شکل ۹. مقایسه مقادیر RDI یک، سه و شش ماهه واقعی و شبیه‌سازی شده توسط مدل SARIMAX در دوره پیش‌بینی

ایستگاه یزد مشخص شد روند داده‌های خشکسالی در مقیاس‌های ۱، ۳ و ۶ ماهه در ایستگاه همدیدی یزد به صورت فصلی می‌باشد. یافته‌های مدل تک‌متغیره SARIMA نشان‌داد مدل در مقیاس‌های سه و شش ماهه عملکرد بالاتری را ارائه می‌کند. در مرحله بعد، با افزودن متغیر کمکی، کارایی مدل تک‌متغیره فصلی (SARIMA) و مدل چندمتغیره فصلی (SARIMAX)، مورد مقایسه قرار گرفت. بدین منظور پارامترهای بارش و تبخیر و تعرق پتانسیل به صورت جداگانه به عنوان پارامتر کمکی در اختیار مدل SARIMAX قرار گرفت. در مقیاس یک‌ماهه، مدل SARIMAX بر اساس تبخیر و تعرق پتانسیل و در مقیاس سه‌ماهه، مدل SARIMAX بر اساس پارامتر کمکی بارش عملکرد بهتری را ارائه کرد. در مقیاس ۶ ماهه عملکرد مدل بر اساس بارش و تبخیر و تعرق پتانسیل یکسان بود. در مجموع نتایج نشان داد عملکرد مدل

در مطالعه حاضر، درصد کوچک‌نمایی مقادیر RDI پیش‌بینی شده توسط ترکیب‌های منتخب مدل SARIMA در هر سه مقیاس ۱، ۳ و ۶ ماهه از درصد بزرگ‌نمایی بیشتر بود. در مورد مدل SARIMAX نیز مدل‌های منتخب در مقیاس ۱ و ۶ ماهه، درصد کوچک‌نمایی بزرگتری را نسبت به درصد بزرگ‌نمایی ارائه کردند. تنها در مقیاس ۳ ماهه، درصد کوچک‌نمایی مدل منتخب SARIMAX از درصد بزرگ‌نمایی کوچکتر بود. بنابراین می‌توان نتیجه‌گیری نمود که به‌طور کلی پیش‌بینی مقادیر خشکسالی توسط مدل‌های SARIMA و SARIMAX بیشتر همراه با کوچک‌نمایی بوده است.

■ نتیجه‌گیری

با رسم نمودارهای خودهمبستگی (ACF) و خودهمبستگی جزئی (PACF) داده‌های خشکسالی

خشکسالی مانند SPEI نیز بررسی گردد. پیش‌بینی می‌گردد کارایی مدل SARIMAX در پیش‌بینی کوتاه مدت خشکسالی بیشتر باشد. انجام پژوهشی با این موضوع می‌تواند یافته‌های کاربردی و مفیدی را برای کمک به پیش‌بینی‌های کوتاه مدت ارائه کند. در پایان پیشنهاد می‌شود کارایی مدل SARIMAX در دیگر اقلیم‌ها مانند نیمه‌خشک، نیمه‌مرطوب و مرطوب مورد بررسی قرار گیرد.

SARIMAX از مدل SARIMA بیشتر است. بنابراین پیشنهاد می‌شود مدل SARIMAX در بررسی‌های پیش‌بینی خشکسالی به ویژه در مناطق خشک مورد استفاده قرار گیرد.

در این مطالعه از شاخص RDI برای محاسبه خشکسالی استفاده شد. پیشنهاد می‌گردد کارایی مدل‌ها برای پیش‌بینی خشکسالی با استفاده از سایر شاخص‌های

■ References

1. Aghelpour, P., H, Bahrami-Pichaghchi., & Varshavian, V. (2021). Hydrological drought forecasting using multi-scalar streamflow drought index, stochastic models and machine learning approaches, in northern Iran. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 35(8), 1615–1635.
2. Aghelpoor, P., & Nadi, M. (2018). Evaluating SARIMA model accuracy in modeling and long-term forecasting of average monthly temperature in different climates of Iran. *Climate Research*, 9(35), 113–126. (in Farsi)
3. Anshuka A, F. F. van Ogtrop., & Willem Vervoort, R. (2019). Drought forecasting through statistical models using standardised precipitation index: a systematic review and meta-regression analysis. *Natural Hazards*, 97(2), 955–977.
4. Arjmandi Harat, Z., & Asadi Zarch, M. A. (2021). Performance analysis of NAR model for short and long term drought forecasting in arid regions. *Desert Management*, 9(2), 103–120. (in Farsi)
5. Asadi Zarch, M. A., B, Sivakumar., & Sharma, A. (2015). Droughts in a warming climate: a global assessment of standardized precipitation index (SPI) and reconnaissance drought index (RDI). *Hydrology*, 526, 183–195.
6. Behmanesh, J., & Montaseri, M. (2013). Predicting potential evapotranspiration using time series models (case study: Urmia). *Water and Soil*, 27(1), 213–223. (in Farsi)
7. Bordi, I., & Sutera, A. (2007). Drought monitoring and forecasting at large scale. In: G. Rossi (ed), *Methods and Tools for Drought Analysis and Management*, Springer, Dordrecht, 3–27.
8. Box, G. E. P., Jenkins, G. M., & Reinsel, G.C. (1994). *Time series analysis: Forecasting and control*, Third Edition, Holden-Day.
9. Bouznad, I. E., E. Guastaldi., Zirulia, A., Brancale, M., Barbagli, A., & Bengusmia, D. (2020). Trend analysis and spatiotemporal prediction of precipitation, temperature, and evapotranspiration values using the ARIMA models: case of the Algerian Highlands. *Arabian Journal of Geosciences*, 13 (24), 1-17.
10. Dabral, P. P., & Murry, M. Z. (2017). Modelling and forecasting of rainfall time series using SARIMA. *Environmental Processes*, 4, 399–419.
11. Dai, A., T. Zhao., & Chen, J. (2018). Climate change and drought: a precipitation and evaporation perspective. *Current Climate Change Reports*, 4(2), 301–312.
12. Dikshit, A., B. Pradhan., & Alamri, A. M. (2021). Long lead time drought forecasting using lagged climate variables and a stacked long short-term memory model. *Science of The Total Environment*, 755(2), 142638.
13. Djerbouai, S., & Souag-Gamane, D. (2016). Drought forecasting using neural networks, wavelet neural networks, and stochastic models: case of the Algerois basin in North Algeria. *Water Resources Management* 30(7), 2445–2464.
14. Elamin, N., & Fukushige, M. (2018). Modeling and forecasting hourly electricity demand by SARIMAX with interactions. *Energy*, 165(Part B), 257-268.

15. Fadaei-Kermani, E & Ghaeini-Hessaroeeyeh, M. (2020). Fuzzy nearest neighbor approach for drought monitoring and assessment. *Applied Water Science*, 10, 130.
16. Fathian, F., A. Fakheri Fard., Y. Dinpashoh., & Mousavi Nadoshani, S. (2016). testing for stationarity and nonlinearity of daily streamflow time series based on different statistical tests (case study: upstream basin rivers of Zarrineh Roud dam). *Water and Soil*, 30(4), 1009-1024. (in Farsi)
17. Fung, K. F., Y. F. Huang., C. H. Koo., & Soh, Y. W. (2019). Drought forecasting: a review of modelling approaches 2007–2017. *Water and Climate Change*, 11(3), 771–799.
18. Ghorbani, H., A. Vali., & Zarepour, H. (2020). Prediction and investigation of meteorological drought using SARIMA time series and SPI index in Isfahan Province. *Water and Soil Science*, 23(4), 313-328. (in Farsi)
19. Guan-Jun, L., W. Wen-Chuan., Y. Jun-Xian., W. Hao., X. Dong-Mei., & Jing T. (2019). Improved fuzzy weighted optimum curve-fitting method for estimating the parameters of a Pearson Type-III distribution. *Hydrological Sciences Journal*, 64(16), 2115–2128.
20. Han, P., Wang, P., Tian, M., Zhang, S., Liu, J., & Zhu, D. (2013). *Application of the ARIMA models in drought forecasting using the standardized precipitation index*. in: Li, D., Chen, Y. (eds) Computer and computing technologies in agriculture VI. CCTA 2012. IFIP Advances in information and communication technology, vol 392. Springer, Berlin, Heidelberg.
21. Hao, Z., & AghaKouchak, A. (2013). Multivariate standardized drought index: a parametric multi-index model. *Advances in Water Resources*, 57, 12–18.
22. Helmi, M., Bakhtiari, B., & Qaderi, K. (2020). Meteorological drought modeling and forecasting using SARIMA time series at different climates of Iran. *Irrigation & Drainage*, 14(3), 1079-1090. (in Farsi)
23. Kebede, A., U. J. P., Raju., D. Korecha., & Nigussie, M. (2020). Developing new drought indices with and without climate signal information over the Upper Blue Nile. *Modeling Earth Systems and Environment*, 6(1), 151–161.
24. Khalili, K., A. Fakheri Fard., Y. Dinpashoh., & Gorbani, M. (2010). Trend and stationarity analysis of streamflow for the purpose of hydrological time series modeling. *Water and Soil Science*, 20(1), 61-72. (in Farsi)
25. Marofi, S., Khetar, B., Sadeghifar, M., Parsafar, N., & Ildoromi, A. (2013). Drought prediction using SARIMA time series and SPI index in the central region of Hamedan province. *Water Research in Agriculture*, 28(1), 213-225. (in Farsi)
26. Mishra, A. K., & Desai, V. R. (2005). Drought forecasting using stochastic models. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 19(5), 326–339.
27. Pandey, P. K., H. Tripura., & Pandey, V. (2019). Improving prediction accuracy of rainfall time series by Hybrid SARIMA–GARCH modeling. *Natural Resources Research*, 28, 1125–1138.
28. Raman, R. K., Mohanty, S. K., Bhatta, K. S., Karna, S. K., Sahoo, A. K., Mohanty, B. P., & Das, B. K. (2018). Time series forecasting model for fisheries in Chilika lagoon (a Ramsar site, 1981), Odisha, India: a case study. *Wetlands Ecology and Management*, 26(4), 677–687.
29. Yisehak, B., & Zenebe, A. (2021). Modeling multivariate standardized drought index based on the drought information from precipitation and runoff: a case study of Hare watershed of Southern Ethiopian Rift Valley Basin. *Modeling Earth Systems and Environment*, 7(1), 1005–1017.
30. Zhang, Y., Yang, H., Cui, H., & Chen, Q. (2019). Comparison of the ability of ARIMA, WNN and SVM models for drought forecasting in the Sanjiang Plain, China. *Natural Resources Research*, 29(2), 1447–1464.